

PROPOSITION SUJETS DE THESES CONTRATS DOCTORAUX 2022-2025

Appel ciblé (merci de cocher la case correspondante):

- Contrat doctoral établissement ED 536**
 - Contrat doctoral EUR Implanteus**
 - Contrat doctoral EUR Implanteus – co financement INRAe**
-

Directrice & co-directrice de thèse : Delphine Blanke & Céline Lacaux

Titre en français : Estimation et interpolation pour des champs aléatoires

Titre en anglais : Estimation and interpolation for random fields

Mots-clés : Statistique des processus ; interpolation spatiale ; régularité höldérienne ; variations quadratiques ; théorèmes limites ; bornes exponentielles ; vitesses de convergence

Domaine / Thématique : Statistique

Co tutelle : Non

Opportunités de mobilité à l'international du doctorant dans le cadre de sa thèse : Oui si souhaité

Profil du candidat : Master 2 en mathématiques appliquées / statistique. Des bases théoriques solides en statistique mathématique et statistique des processus sont requises. Des aptitudes à la programmation et une très bonne maîtrise de l'anglais constituent un plus.

Présentation détaillée du sujet :

L'interpolation spatiale est un outil utilisé dans un très grand nombre de domaines, notamment afin de prévoir les valeurs pour les points non échantillonnés. De nombreuses méthodes ont ainsi été développées dans des cadres pouvant être aussi bien déterministes que stochastiques. Le sujet de thèse se place du point de vue stochastique car les méthodes déterministes supposent, en particulier, la connaissance de la régularité de la fonction à reconstruire. On suppose ainsi que l'on observe une réalisation discrétisée d'un champ

aléatoire, ce qui permet d'en estimer sa régularité avant de procéder à son interpolation.

L'objectif principal de la thèse est double :

- proposer un estimateur de la régularité globale du champ observé sur des sites discrétisés ;
- rechercher une méthode d'interpolation spatiale alternative au krigeage, permettant de s'affranchir d'un modèle de covariance tout en conservant l'optimalité de l'erreur d'approximation.

Un premier travail consistera à effectuer une revue des différentes stratégies d'échantillonnage dans le cadre spatial, des estimateurs de la régularité spatiale des champs, et comparer les différentes méthodes d'interpolation existantes (selon les hypothèses portées sur les processus sous-jacents et les propriétés établies sur la qualité des approximations).

Puis, en s'appuyant sur les travaux de Blanke et Vial (2011 ; 2014) pour des processus gaussiens ainsi que sur les publications récentes sur le sujet (voir références bibliographiques), le travail consistera à estimer le nombre de dérivées partielles d'un champ gaussien (isotrope ou non) et la régularité höldérienne des dernières dérivées. L'extension au cadre non gaussien pourra également être envisagée : on pourra tout d'abord étudier des champs ayant des moments d'ordre 2 afin de conserver l'approche par variations quadratiques puis étendre à des champs de type stables.

Une fois les propriétés de convergence des estimateurs établies, l'interpolation spatiale de ces champs sera étudiée (par exemple, avec des polynômes de Lagrange par morceaux).

Enfin, les propriétés des estimateurs et des interpolants spatiaux seront aussi abordées via des études numériques sur données simulées et réelles, en comparant notamment la qualité des estimations obtenues avec celles observées pour les méthodes existantes. Cette étude numérique inclura des modèles isotropes, des modèles anisotropes spatiaux ou spatio-temporels, avec une invariance d'échelle ou non.

Références bibliographiques :

Allard, D., Emery, X., Lacaux, C. et Lantuéjoul, C. Simulating space-time random fields with nonseparable Gneiting-type covariance functions. *Stat Comput.*, 30, 1479–1495, 2020,

<https://doi.org/10.1007/s11222-020-09956-4>

Biermé, H. et Lacaux, C. Fast and exact synthesis of some operator scaling Gaussian random fields, *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 48 (1), 293-320, 2020,

<https://doi.org/10.1016/j.acha.2018.05.004>

Blanke, D. et Vial, C. Estimating the order of mean-square derivatives with quadratic variations. *Stat Inference Stoch Process.*, 14, 85–99, 2011, <https://doi.org/10.1007/s11203-011-9055-1>

Blanke, D. et Vial, C. Global smoothness estimation of a Gaussian process from general sequence designs. *Electron. J. Statist.*, 8 (1), 1152 - 1187, 2014, <https://doi.org/10.1214/14-EJS925>

Golovkine, S. Klutchnikoff, N. Patilea, V. Learning the smoothness of noisy curves with application to online curve estimation. *Electron. J. Statist.*, 16 (1), 1485 - 1560, 2022,

<https://doi.org/10.1214/22-EJS1997>

Loh, W.-L. Estimating the smoothness of a Gaussian random field from irregularly spaced data via higher-order quadratic variations. *Ann. Statist.*, 43 (6), 2766 - 2794, 2015,

<https://doi.org/10.1214/15-AOS1365>

Loh, W.-L., Sun, S. et Wen, J. On fixed-domain asymptotics, parameter estimation and isotropic Gaussian random fields with Matérn covariance functions. *Ann. Statist.*, 49 (6), 3127 - 3152,

2021, <https://doi.org/10.1214/21-AOS2077>

Wen, J., Sun, S. et Loh, W.-L. Smoothness estimation of nonstationary Gaussian random fields from irregularly spaced data observed along a curve. *Electron. J. Statist.*, 15 (2), 6071 - 6150,

2021, <https://doi.org/10.1214/21-EJS1941>